

Examen M2 ICAO Image 2 (vision par ordinateur)

Lumière Structurée

Université Joseph Fourier, UFR IMA

Jeudi 17/03/2005, 10h-12h, salle F018

Le sujet comporte 2 pages. Les documents de cours sont autorisés. Les deux parties sont indépendantes. Le barème est donné à titre indicatif.

1 Géométrie projective (6 points)

Question 1.1 (2 points) Soient les deux droites d'équations $x = 1$ et $x = 2$ dans une image (c.-à-d. dans P^2). Écrire l'expression de chaque droite en coordonnées homogènes (\mathbf{l} et \mathbf{l}'), et calculer leur intersection dans le plan projectif P^2 .

Question 1.2 (2 points) Soit une camera avec pour matrice de projection $P = [p_{ij}]_{1 \leq i \leq 3, 1 \leq j \leq 4}$, soit le cube dont un sommet est positionné en (x_c, y_c, z_c) et dont l'orientation des arêtes en ce point est alignée avec les axes Ox , Oy et Oz du monde (les autres sommets ont pour coordonnées $(x_c + c, y_c, z_c)$, $(x_c, y_c + c, z_c)$, $(x_c, y_c, z_c + c)$, etc.). Déterminez les positions dans l'image des points de fuite définis par le cube en fonction des p_{ij} . Quelle est la ligne d'horizon du plan $z = 0$?

Question 1.3 (2 points) Rappelez comment s'écrit un point à l'infini dans l'image. Dans quels cas une ligne d'horizon ou un point de fuite se projeté-t-il à l'infini dans l'image? (faire un dessin dans chaque cas)

2 Lumière structurée (14 points)

Un système de reconstruction par lumière structurée consiste à générer avec un laser ou un projecteur des plans de lumière, et à observer leur intersection avec l'objet avec une caméra. On obtient ainsi un système de stéréovision active (Fig. 1), dans lequel une des deux caméras a été remplacée par un projecteur.

Nous allons montrer qu'un tel système, s'il est correctement calibré, permet d'effectuer une reconstruction sans avoir à résoudre le problème de correspondance inhérent à la stéréoscopie passive.

Question 2.1 (1 point) Le calibrage d'une caméra a été vu en cours, et consiste à déterminer la fonction de projection ($P : M \rightarrow m = P(M)$). Si la caméra ne comporte pas de distorsion non-linéaire (radiale ou tangentielle), rappelez la forme de cette fonction de projection en utilisant des coordonnées homogènes, ainsi que la décomposition en paramètres intrinsèques et extrinsèques.

Question 2.2 (3 points) Soit un point M de coordonnées (x, y, z) , montrez que si on connaît sa projection (u, v) dans l'image, cela définit deux équations linéaires en x, y, z , similaires à celles utilisées pour le calibrage. Si de plus on sait que le point M appartient à un plan 3D d'équation $ax + by + cz + d = 0$, on obtient

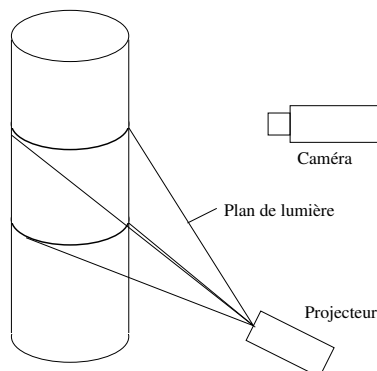


FIG. 1 – Exemple de système de stéréovision active

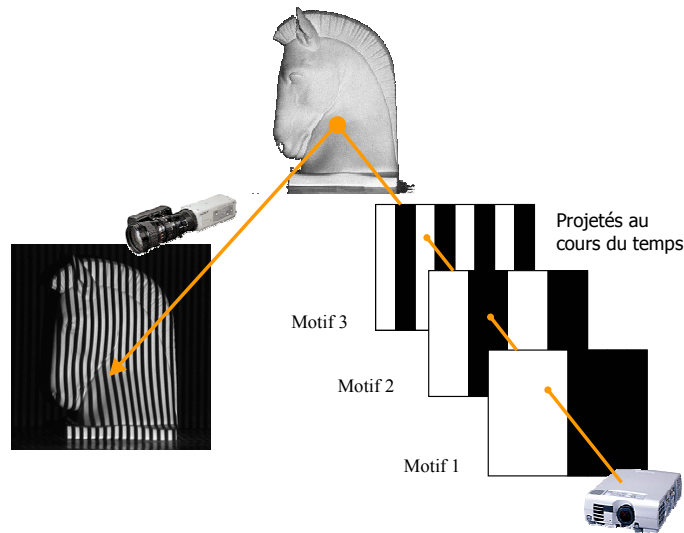


FIG. 2 – Système à projection de motifs binaires

une troisième équation linéaire. Écrivez le système linéaire complet sous la forme $\mathbf{AM} = \mathbf{b}$, où \mathbf{A} et \mathbf{b} sont une matrice et un vecteur dont on précisera les coefficients en fonction des scalaires p_{ij} , a , b , c , d , u , v . La résolution du système permettrait d'obtenir (x, y, z) à partir de (a, b, c, d, u, v) . Combien ce système a-t-il de solutions *en général* et comment le résoudre?

Question 2.3 (2 point) Quelle peut être l'intersection d'un plan et d'une droite dans l'espace euclidien (examinez toutes les configurations possibles)? dans l'espace projectif? (aidez-vous d'un dessin si nécessaire)

Question 2.4 (2 points) Quel est l'ensemble des points de l'espace qui se projettent en un point de l'image (un dessin suffira). Utilisez le résultat de la question 2.3 pour montrer à l'aide d'un dessin quelles sont les solutions au système linéaire de la question 2.2, selon les positions respectives du point image et du plan.

Question 2.5 (1 point) Un projecteur peut être considéré comme l'inverse d'une caméra, et possède lui aussi une fonction de projection. Montrer par un dessin qu'un pixel du projecteur génère un rayon de lumière, et qu'une ligne ou une colonne génèrent chacun un plan de lumière. (faire deux dessins)

Question 2.6 (2 point) Un projecteur et une caméra sont posés sur une table, l'un à côté de l'autre. On souhaite utiliser le projecteur pour générer des plans de lumière permettant de reconstruire en 3D tous les points de l'image de la caméra qui sont éclairés par ce plan de lumière. On a le choix entre projeter des lignes horizontales ou verticales, lesquelles choisiriez-vous pour éviter les cas où la reconstruction d'un point est impossible? (faire un dessin pour chaque cas et expliquer)

Question 2.7 (1 point) Pour éviter d'avoir à traiter autant d'images que le projecteur a de lignes ou de colonnes, une technique consiste à utiliser le multiplexage temporel (Fig. 2). On projette d'abord une image blanche à gauche et noire à gauche, puis on divise chaque zone en deux zones blanche et noire, et ainsi de suite jusqu'à atteindre la limite de résolution du projecteur. Combien d'images de bandes verticales doit-on projeter pour un projecteur 1024x768 (donnez l'explication, bien sûr)?

Question 2.8 (2 points) Montrez comment la séquence des valeurs que prend un pixel de l'image projeté au cours du temps permet de retrouver son abscisse dans le motif projeté, et qu'en conséquence la séquence d'images capturées par la caméra permet de reconstruire la scène 3D.